

**Rozwiązywanie
równań
różniczkowych
zwyczajnych -
metoda
Rungego-Kutty**

Dariusz Borkowski

W

metodzie Rungego-Kutty zamiast pochodnych trzeba policzyć dobrane w szczególny sposób kombinacje wartości funkcji f . Klasyczna metoda Rungego-Kutty to metoda rzędu czwartego. Konstrukcja tej metody jest skomplikowana i nie będziemy jej przedstawiać, natomiast końcowe wzory są eleganckie i łatwe do zaprogramowania.

Metoda ta polega na zastosowaniu wzoru

$$x(t+h) \approx x(t) + \frac{1}{6}(F_1 + 2F_2 + 2F_3 + F_4),$$

gdzie

$$F_1 = hf(t, x),$$

$$F_2 = hf\left(t + \frac{1}{2}h, x + \frac{1}{2}F_1\right),$$

$$F_3 = hf\left(t + \frac{1}{2}h, x + \frac{1}{2}F_2\right),$$

$$F_4 = hf(t+h, x+F_3).$$

Błąd metody Rungego-Kutty rzędu czwartego wynosi $O(h^4)$.

Zadanie 1. *Stosując jeden krok metody Rungego-Kutty, znajdź wartość przybliżoną rozwiązania zagadnienia początkowego*

a) $x' = -tx^2$, $x(0) = 2$, $h = 0.1$,

b) $x' = x^2 + xe^t$, $x(0) = 1$, $h = 0.01$,

c) $x' = \cos(t) - \sin(x) + t^2$, $x(-1) = 3$, $h = 0.1$.

Zadanie 2. *Napisz w MATLAB-ie program realizujący metodę Rungego-Kutty. Deklaracja funkcji powinna być następująca:*

$$X = RK(f, t, x, h, M),$$

gdzie

f – nazwa funkcji definiującej zagadnienie początkowe,

t – czas początkowy,

x – wartość w czasie t (warunek początkowy),
 h – długość kroku,
 M – liczba kroków,
 X – tablica wartości rozwiązania zagadnienia początkowego.

Rozwiązanie: *RK.m*



Zadanie 3. *Przetestuj program RK dla wcześniejszych przykładów.*