

Rozwiązywanie równań nieliniowych - metoda bisekcji

Dariusz Borkowski

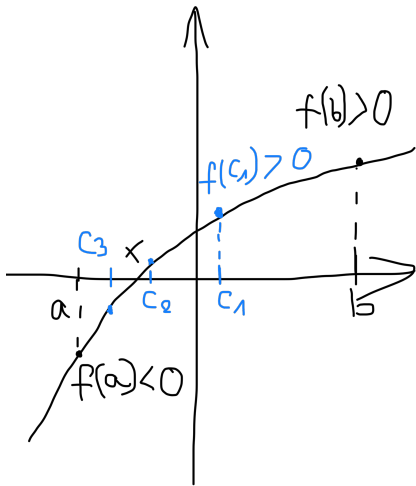
D

la danej funkcji $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ musimy znaleźć wartości x , dla których $f(x) = 0$.

Metoda bisekcji

Niech f będzie funkcją ciągłą w przedziale $[a, b]$ i niech zmienia znak na końcach przedziału. Wówczas funkcja f musi mieć zero w (a, b) .

Metoda bisekcji działa następująco. Jeśli $f(a)f(b) < 0$, to obliczamy $c = \frac{a+b}{2}$ i sprawdzamy, czy $f(a)f(c) < 0$. Jeśli tak to f ma zero w $[a, c]$; wtedy pod b podstawiamy c . W przeciwnym razie jest $f(c)f(b) < 0$; wtedy pod a podstawiamy c . Nowy przedział $[a, b]$, dwa razy krótszy od poprzedniego, zawiera zero funkcji f , więc postępowanie można powtórzyć.



rzyć. Oczywiście, jeżeli $f(a)f(c) = 0$, to $f(c) = 0$ i zero zostało znalezione. Łatwo zauważyć, że błąd tej metody czyli odległość pierwiastka x od jego przybliżenia c_n , będącego połową odcinka w n -tym kroku algorytmu jest mniejszy niż

$$|x - c_n| \leq \frac{|b - a|}{2^n}.$$

Zadanie 1. *Napisz w MATLAB-ie program realizujący algorytm bisekcji. Deklaracja funkcji powinna być następująca:*

$[c, err, yc, k] = \text{bisect}(f, a, b, \text{delta}, \text{epsilon}, \text{max})$

gdzie

f – nazwa funkcji,

a – początek przedziału,

b – koniec przedziału,

$\text{delta}, \text{epsilon}$ – dokładność rozwiązania; żądamy aby był spełniony warunek $(|c - x| < \text{delta}) \vee (|f(c)| < \text{epsilon})$, gdzie c jest przybliżonym rozwiązaniem, a x dokładnym rozwiązaniem,

max – ograniczenie na liczbę kroków; program nie może wykonać więcej niż max iteracji,

c – przybliżone rozwiązanie,

err – błąd rozwiązania; $err = (b - a)/2^k$,

y_c – wartość funkcji w punkcie c ,
 k – liczba kroków po której wyznaczono rozwiązanie.

Rozwiązanie: *bisect.m*



Zadanie 2. Sprawdź program *bisect* dla poniższych funkcji i przedziałów.

a) $f(x) = \frac{1}{x} - \operatorname{tg} x$ w $[0, \frac{\pi}{2}]$,

b) $f(x) = \frac{1}{x} - 2^x$ w $[0, 1]$,

c) $f(x) = 2^{-x} + e^x + 2 \cos x - 6$ w $[0, 3]$.