

Ilorazy różnicowe

Dariusz Borkowski

N

iech będą dane punkty interpolacji wyznaczone przez pewną funkcję f tzn.

x	x_0	x_1	$\dots$	x_n
y	$y_0 = f(x_0)$	$y_1 = f(x_1)$	$\dots$	$y_n = f(x_n)$

Szukamy wielomianu stopnia co najwyżej n , który będzie interpolował funkcję f w powyższych węzłach. Po zastosowaniu interpolacji Newtona mamy następujący wzór wielomianu

$$W_n(x) = d_0 + (x - x_0)d_1 + \dots + (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})d_n,$$

gdzie liczby d_i musimy policzyć. Z konstrukcji wielomianu W_n z poprzedniego rozdziału wiemy, że

wartość d_k zależy tylko od węzłów $x_0, x_1, \dots, x_k$ oraz wartości funkcji f w tych węzłach. Tę zależność przyjęto oznaczać następująco:

$$d_k = f[x_0, x_1, \dots, x_k].$$

Jest to iloraz różnicowy rzędu k dla funkcji f i wymienionych wyżej węzłów. Aby policzyć wartości d_i możemy skorzystać z twierdzenia opisującego rekurencyjną własność ilorazów różnicowych.

Twierdzenie 1.

$$f[x_i] = y_i$$

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \frac{f[x_1, x_2, \dots, x_n] - f[x_0, x_1, \dots, x_{n-1}]}{x_n - x_0}$$

Zadanie 1. *Znajdź, z wykorzystaniem ilorazów różnicowych wielomian możliwie niskiego stopnia, interpolujący poniższe dane.*

a)

x	3	1	5	6
y	1	-3	5	4

b)

x	3	7
y	5	-1

c)

x	3	7	1	2
y	10	146	2	1

d)

x	-2	0	1
y	43	7	4

e)

x	1	2	0	3
y	3	2	-4	5

Zadanie 2. *Napisz w MATLAB-ie program wyznaczający wielomian interpolacyjny Newtona. Deklaracja funkcji powinna być następująca:*

$$[C,D]=intnewton(X,Y),$$

gdzie

X – węzły interpolacji spełniające warunek $X(i) \neq X(j)$,

Y – wartości w punktach X ,

C – współczynniki wielomianu interpolacyjnego postaci $c(1)x^{n-1} + c(2)x^{n-2} + \dots + c(n-1)x + c(n)$,

D – tablica ilorazów różnicowych.

Rozwiązanie: *intnewton.m*



Zadanie 3. Przetestuj program *intnewton* dla wcześniejszych przykładów.